**Задачи для зачета по геометрии.**

**Часть 1. Построение сечения многогранника. Площадь сечения (периметр).**

**1.** В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *SABCD* с ос­но­ва­ни­ем *ABCD* про­ве­де­но се­че­ние через се­ре­ди­ны ребер *АВ* и *ВС* и вер­ши­ну *S*. Най­ди­те пло­щадь этого се­че­ния, если все ребра пи­ра­ми­ды равны 8.

Ответ:

**2.** В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *SABCD* с ос­но­ва­ни­ем *ABCD* про­ве­де­но се­че­ние через се­ре­ди­ны рёбер *AB* и *BC* и вер­ши­ну *S.* Най­ди­те пло­щадь этого се­че­ния, если бо­ко­вое ребро пи­ра­ми­ды равно 5, а сто­ро­на ос­но­ва­ния равна 4. Ответ:

**3.** В тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *MABC*, в ос­но­ва­ни­и ко­то­рой лежит пра­виль­ный тре­уголь­ник *ABC*, ребро *MB* пер­пен­ди­ку­ляр­но плос­ко­сти ос­но­ва­ния, сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 6, а ребро *MA* равно 11. На ребре *AC* на­хо­дит­ся точка *D*, на ребре *AB* точка *E*, а на ребре *AM* — точка *F*. Из­вест­но, что *AD* = 4 и *BE* = 2, *F* — се­ре­ди­на *AM*. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точки *E*, *D* и *F*. Ответ:

**4.** В тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *MABC* ос­но­ва­ни­ем яв­ля­ет­ся пра­виль­ный тре­уголь­ник *ABC,* ребро *MB* пер­пен­ди­ку­ляр­но плос­ко­сти ос­но­ва­ния, сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 3, а ребро *MA* = 6. На ребре *AC* на­хо­дит­ся точка *D*, на ребре *AB* точка *E*, а на ребре *AM* — точка *L*. Из­вест­но, что *AD* = *AL* = 2, и *BE* = 1. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точки *E*, *D* и *L*. Ответ:

**5.** В пра­виль­ной тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *MABC* с ос­но­ва­ни­ем *ABC* сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 6, а бо­ко­вые рёбра 8. На ребре *AC* на­хо­дит­ся точка *D*, на ребре *AB* на­хо­дит­ся точка *E*, а на ребре *AM* — точка *L*. Из­вест­но, что *СD* = *BE* = *LM* = 2. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точки *E*, *D* и *L*.

Ответ:

**6.** В пра­виль­ной тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *SABC* бо­ко­вое ребро *SA* = 5, а сто­ро­на ос­но­ва­ния *AB* = 4. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через ребро *AB* пер­пен­ди­ку­ляр­но ребру *SC* .

Ответ: 

**7.** В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *MABCD* с вер­ши­ной *M* сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 3, а бо­ко­вые рёбра равны 8. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точку *B* и се­ре­ди­ну ребра *MD* па­рал­лель­но пря­мой *AC*. Ответ: 

**8.** В пра­виль­ной тре­уголь­ной приз­ме *ABCA*1*B*1*C*1 сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 6, бо­ко­вые рёбра равны 4. Изоб­ра­зи­те се­че­ние, про­хо­дя­щее через вер­ши­ны *A*, *B* и се­ре­ди­ну ребра *A*1*C*1. Най­ди­те его пло­щадь.

Ответ: 

**9.** Точка *E* — се­ре­ди­на ребра *BB*1 куба *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния куба плос­ко­стью *D*1*AE*, если ребра куба равны 4. Ответ: 18

**10.** В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1, из­вест­ны рёбра: *AB* = 3, *AD* = 2, *AA*1 = 5. Точка *O* при­над­ле­жит ребру *BB*1 и делит его в от­но­ше­нии 2 : 3, счи­тая от вер­ши­ны *B*. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния этого па­рал­ле­ле­пи­пе­да плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точки *A*, *O* и *C*1. Ответ: 

**11.** В пра­виль­ной тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *MABC* с вер­ши­ной *M* вы­со­та равна 6, а бо­ко­вые рёбра равны 9. Най­ди­те пло­щадь се­че­ния этой пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через се­ре­ди­ны сто­рон *AC* и *BC* па­рал­лель­но пря­мой *MC*. Ответ: 

**12.** В пра­виль­ной че­ты­рех­уголь­ной пи­ра­ми­де *PABCD*, все ребра ко­то­рой равны 4, точка *K* ― се­ре­ди­на бо­ко­во­го ребра *AP*.

а) По­строй­те се­че­ние пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точку *K* и па­рал­лель­ной пря­мым *PB* и *BC*.

б) Най­ди­те пло­щадь се­че­ния. Ответ: 

**13.** В ос­но­ва­нии пра­виль­ной тре­уголь­ной приз­мы *ABCA*1*B*1*C*1лежит тре­уголь­ник со сто­ро­ной 8. Вы­со­та приз­мы равна 3. Точка *N* — се­ре­ди­на ребра *A*1*C*1.

а) По­строй­те се­че­ние приз­мы плос­ко­стью *BAN*. б) Най­ди­те пло­щадь этого се­че­ния. Ответ: 

**14.** В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *SABCD* с ос­но­ва­ни­ем *ABCD* про­ве­де­но се­че­ние через се­ре­ди­ны рёбер *AB* и *BC* и вер­ши­ну *S*. Най­ди­те пло­щадь этого се­че­ния, если бо­ко­вое ребро пи­ра­ми­ды равно 5, а сто­ро­на ос­но­ва­ния равна 4. Ответ: 

**15.** В пра­виль­ной четырёхуголь­ной пи­ра­ми­де *MABCD* с вер­ши­ной *M* сто­ро­ны ос­но­ва­ния равны 1, а бо­ко­вые рёбра равны 2. Точка *N* при­над­ле­жит ребру *MC,* причём *MN: NC =*2:1*.* Най­ди­те пло­щадь се­че­ния пи­ра­ми­ды плос­ко­стью, про­хо­дя­щей через точки *B* и *N* па­рал­лель­но пря­мой *AC.*  Ответ: 

**Часть 2. Расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой.**

1. Дан куб *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка *BC*1 до плоскости *AB*1*D*1. Ответ: 
2. Дана правильная четырехугольная пирамида *SABCD.* Боковое ребро , сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки *B* до плоскости *ADM*, где *M* — середина ребра *SC.* Ответ: 1
3. Дана правильная четырехугольная пирамида *SABCD.* Боковое ребро , сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки *S* до плоскости *ADM*, где *M* — середина ребра *SC.*  Ответ: 1
4. В правильной треугольной пирамиде *SABC* с основанием *ABC* боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 6. Найдите расстояние от вершины *A* до плоскости *SBC.*

Ответ: 

1. Основанием прямого параллелепипеда *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 является ромб *ABCD*, сторона которого равна  , а угол *ВАD* равен 60°. Найдите расстояние от точки *А* до прямой *C*1*D*1, если известно, что боковое ребро данного параллелепипеда равно 8. Ответ: 10
2. В правильной шестиугольной призме *ABCDEFA*1*B*1*C*1*D*1*E*1*F*1 все рёбра равны 1. Найдите расстояние от точки *B* до плоскости *DEA*1. Ответ: 
3. В правильной четырехугольной призме *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 высота равна 1, а сторона основания равна . Точка *M* — середина ребра *AA*1. Найдите расстояние от точки *M* до плоскости *DA*1*C*1.

Ответ: 

1. Ребро *SA* пирамиды *SABC* перпендикулярно плоскость основания *ABC*. Найдите расстояние от вершины *A* до плоскости, проходящей через середины рёбер *AB*, *AC* и *SA* , если .

Ответ : 1

**Часть 3. Угол между скрещивающимися прямыми, угол между прямой и плоскостью.**

**1.** Точка *E* — се­ре­ди­на ребра *CC*1 куба *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1. Най­ди­те угол между пря­мы­ми *BE* и *B*1*D.*

Ответ: 

**2.** На ребре *CC*1 куба *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 от­ме­че­на точка *E* так, что *CE* : *EC*1 = 1 : 2. Най­ди­те угол между пря­мы­ми *BE* и *AC*1. Ответ: 

**3.** В пра­виль­ном тет­ра­эд­ре *ABCD* най­ди­те угол между вы­со­той тет­ра­эд­ра *DH* и ме­ди­а­ной *BM* бо­ко­вой грани *BCD*. Ответ: 

**4.** Бо­ко­вое ребро пра­виль­ной тре­уголь­ной пи­ра­ми­ды *SABC* равно 6, а ко­си­нус угла *ASB* при вер­ши­не бо­ко­вой грани равен  1/9. Точка *M* — се­ре­ди­на ребра *SC*. Най­ди­те ко­си­нус угла между пря­мы­ми *BM* и *SA*.

Ответ: 

**5.** Сто­ро­на пра­виль­ной тре­уголь­ной приз­мы *ABCA*1*B*1*C*1 равна 8. Вы­со­та этой приз­мы равна 6. Найти угол между пря­мы­ми *CA*1 и *AB*1. Ответ: 

**6.** Длина ребра пра­виль­но­го тет­ра­эд­ра *ABCD* равна 1. Най­ди­те угол между пря­мы­ми *DM* и *CL,* где *M* — се­ре­ди­на ребра *BC, L* — се­ре­ди­на ребра *AB.*

Ответ: 

**7.** В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 най­ди­те угол между плос­ко­стью *A*1*BC* и пря­мой *BC*1, если *AA*1 = 8, *AB* = 6, *BC* = 15. Ответ: 

**8.** В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1, у ко­то­ро­го *AA*1 = 4, *A*1*D*1 = 6, *C*1*D*1 = 6, най­ди­те тан­генс угла между плос­ко­стью *ADD*1 и пря­мой *EF*, про­хо­дя­щей через се­ре­ди­ны ребер *AB* и *B*1*C*1.

Ответ: 

**9.** В пра­виль­ной тре­уголь­ной пи­ра­ми­де *SABC* с ос­но­ва­ни­ем *ABC* из­вест­ны рёбра: *AB*=21 *, SC*= 29. Най­ди­те угол, об­ра­зо­ван­ный плос­ко­стью ос­но­ва­ния и пря­мой, про­хо­дя­щей через се­ре­ди­ны рёбер *AS* и *BC*.

Ответ: 

**10.** В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 най­ди­те угол между плос­ко­стью *AA*1*C* и пря­мой *A*1*B*, если *AA*1 = 3, *AB* = 4, *BC* = 4. Ответ: 

**11.** Ос­но­ва­ни­ем пря­мой приз­мы *ABCA*1*B*1*C*1 яв­ля­ет­ся рав­но­бед­рен­ный тре­уголь­ник *ABC*, *AB* = *AC* = 5, *BC* = 8. Вы­со­та приз­мы равна 3. Най­ди­те угол между пря­мой *A*1*B* и плос­ко­стью *BCC*1 . Ответ: 

**12.** В пря­мо­уголь­ном па­рал­ле­ле­пи­пе­де *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 из­вест­ны *AB* = 2, *AD* = *AA*1 = 1. Най­ди­те угол между пря­мой *AB*1 и плос­ко­стью *ABC*1. Ответ: 

**Часть 4. Расстояние между скрещивающимися прямыми.**

1. В единичном кубе *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1  найдите расстояние между прямыми *AB*1  и *BC*1.Ответ: 
2. Основанием прямой треугольной призмы *ABCA*1*B*1*C*1 является прямоугольный треугольник *АВС* с прямым углом *С*, а боковая грань *АСC*1*А*1  является квадратом. Найдите расстояние между прямыми *CA*1 и *AB*1, если *АС=*1 , *ВС=*4.Ответ: 
3. В пирамиде *DABC* известны длины ребер *АВ=АС=DB=DC=*13, *DA=*6, *BC=*24. Найдите расстояние между прямыми *DA* и *BC*. О т в е т : 4
4. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF*  стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 2. Найдите расстояние между прямыми *SВ* и *СE*. Ответ: 
5. Основание прямой призмы *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 — ромб *ABCD* с углом 120◦ при вершине *D*, а боковые грани призмы—квадраты. Найдите расстояние между прямыми *A*1*C* и *BD*, если сторона основания призмы равна . О т в е т: 6
6. Основание пирамиды *SABCD*—квадрат *ABCD*, боковое ребро *SA* перпендикулярно плоскости основания, *BC* =2*SA*. Точка *M* —середина ребра *AB*. Найдите расстояние между прямыми *SM* и *BD*, если .

О т в е т: 3